

# 不等間隔節点に基づく双3次B-スプラインを用いた地層境界面推定

野々垣 進\*・升本 眞二\*\*・根本 達也\*\*

## Estimation of Geological Boundary Surface using Bi-Cubic B-Spline with Unequally-Spaced Knots

Susumu NONOGAKI\*, Shinji MASUMOTO\*\*, and Tatsuya NEMOTO\*\*

\* 国立研究開発法人産業技術総合研究所 National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, Central 7, 1-1-1 Higashi, Tsukuba, Ibaraki 305-8567, Japan.

E-mail: s-nonogaki@aist.go.jp

\*\* 大阪市立大学大学院理学研究科地球学教室 Department of Geosciences, Graduate School of Sciences, Osaka City University, 3-3-138 Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka 558-8585, Japan.

キーワード：地層境界面，B-スプライン，不等間隔節点，外点ペナルティ関数法，汎関数

Key words: Geological boundary surface, B-Spline, Unequally-spaced knots, Exterior penalty function method, Functional

### 1. はじめに

地下浅部の3次元地質モデリングでは、サーフェースモデルをしばしば利用する。このため、高精度の地下浅部3次元地質モデリングには、高精度の地層境界面推定が必要となる。野々垣ほか(2008)は、野外調査で測定した地質情報から、地層境界面の形状を推定する手法を提案した。この手法には、等式や不等式で表した標高データと走向・傾斜データとを、推定計算に利用できるという利点がある。しかし、等間隔に配置した節点に基づく双3次B-スプラインを用いて地層境界面を表現するため、測定データが一樣に分布しない場合、節点数を非効率に大きくしなければならないという欠点がある。また、節点数を決定する基準もない。本研究では、これらの問題点の解決を目指して、不等間隔に配置した節点に基づく双3次B-スプラインを用いた地層境界面の推定法を提案する。

### 2. 地層境界面の推定原理

本研究における地層境界面の表現方法、および、最適な地層境界面の決定方法について記す。

#### 2.1 B-スプライン

B-スプラインは、特定の小区間でのみ0でない値をもつ、区分的多項式関数である(第1図)。(k-1)次(k階)の正規化B-スプラインは、de Boor-Coxの算法(de Boor, 1972; Cox, 1972)を用いて、次式で求められる。

$$N_{i,1}(x) = \begin{cases} 1 & (s_i \leq x < s_{i+1}) \\ 0 & (x < s_i, s_{i+1} \leq x) \end{cases}$$

$$N_{i,k}(x) = \frac{s_{i+k} - x}{s_{i+k} - s_{i+1}} N_{i+1,k-1}(x) + \frac{x - s_i}{s_{i+k-1} - s_i} N_{i,k-1}(x)$$

ここで、 $N_{i,k}(x)$ は(k-1)次の正規化B-スプラインである。 $s_i$ は $N_{i,k}(x)$ が0でない値をもつ小区間を構成する節点のうち、最小の座標値をもつ節点である。

#### 2.2 双3次B-スプラインによる地層境界面の表現

地層境界面は、断層による不連続や過褶曲を含まず、連続な一価関数 $z = f(x, y)$ で表現できると仮定する。いま、

ある領域 $\Omega = \Omega_x \times \Omega_y$  ( $\Omega_x: x_{\min} \leq x \leq x_{\max}; \Omega_y: y_{\min} \leq y \leq y_{\max}$ )における地層境界面 $f(x, y)$ を考える。領域 $\Omega_x$ と $\Omega_y$ をそれぞれ $M_x$ 個と $M_y$ 個の小区間に分割し、 $x$ 軸方向に $M_x + 7$ 個、 $y$ 軸方向に $M_y + 7$ 個の節点を設ける。このとき、領域 $\Omega$ 内の地層境界面 $f(x, y)$ は

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{M_x+3} \sum_{j=1}^{M_y+3} c_{ij} N_{i,4}(x) N_{j,4}(y)$$

で表現できる。ここで、 $c_{ij}$ は未知係数、 $N_{i,4}(x)$ と $N_{j,4}(y)$ は、それぞれ $x$ 軸方向と $y$ 軸方向の正規化3次B-スプラインである。本研究では、地層境界面 $f(x, y)$ を表現するにあたり、不等間隔に配置した節点を利用する。

#### 2.3 最適な地層境界面の決定

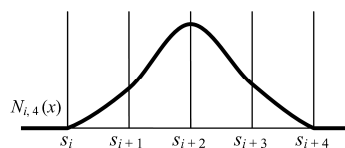
野々垣ほか(2008)と同様に、標高データや傾斜データを満たす地層境界面 $f(x, y)$ のうち、最も滑らかな面を求める。具体的には、外点ペナルティ関数法を用いて拡大目的関数:

$$Q(f; \alpha) = J(f) + \alpha R(f)$$

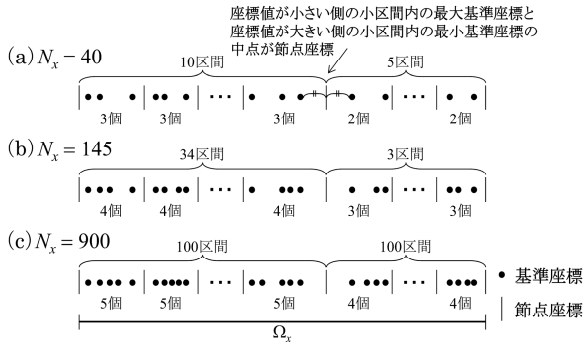
を定義し、 $Q(f; \alpha)$ を最小とする $f$ を求める。ただし、 $J(f)$ は面の滑らかさを評価する汎関数、 $R(f)$ はデータの充足度を評価する汎関数、 $\alpha$ は滑らかさと充足度のバランスを調節するパラメータである。拡大目的関数の詳細は野々垣ほか(2008)を参照されたい。このとき、最適な地層境界面は、双3次B-スプラインの係数に関する連立方程式:

$$\left( \frac{\partial Q}{\partial c_{11}} \quad \dots \quad \frac{\partial Q}{\partial c_{M_x+3,1}} \quad \dots \quad \frac{\partial Q}{\partial c_{1, M_y+3}} \quad \dots \quad \frac{\partial Q}{\partial c_{M_x+3, M_y+3}} \right)^T = 0$$

の解 $c_{ij}$ より得られる面である。



第1図 3次(4階)のB-スプライン。4つの小区間でのみ0でない値をもつ。4つの小区間における値は、節点座標 $s_{i+j}$  ( $j=0,1,\dots,4$ )を用いて求められる。



第2図  $M_{\min} = 15$ ,  $M_{\max} = 200$ ,  $n_x = 4$  のときの基準座標の個数と節点座標との関係。(a)  $N_x = 40$ , (b)  $N_x = 145$ , (c)  $N_x = 900$ .

### 3. 節点座標の決定方法

de Boor-Cox の算法が示すように、正規化 B-スプラインの値は節点座標により大きく変化する。本研究では、測定データの個数と配置に基づいて、節点座標を決定する。 $x$  軸方向の節点座標を例として、その決定方法を順に記す。

#### 3.1 測定データの整列

推定範囲内に存在する測定データの  $x$  座標を整列する。整列処理では、 $x$  座標が一意となるように、重複する座標はひとつの座標として扱う。以下では便宜上、整列後の測定データの  $x$  座標を、基準座標と呼ぶ。

#### 3.2 分割数の決定

次式を用いて、基準座標の個数  $N_x$  から領域  $\Omega_x$  に設定する小区間の個数  $M_x$  (領域  $\Omega_x$  の分割数) を求める。最終的に、小区間の境界位置が、節点座標となる。

$$M_x = \begin{cases} M_{\min} & (N_x < n_x M_{\min}) \\ \text{int}\{(N_x - 1)/n_x\} + 1 & (n_x M_{\min} \leq N_x < n_x M_{\max}) \\ M_{\max} & (N_x > n_x M_{\max}) \end{cases}$$

ここで、 $M_{\min}$  と  $M_{\max}$  はそれぞれ分割数の最小値と最大値である。 $n_x$  は 1 つの小区間を含む基準座標の個数 (以下、小区間内基準座標個数と呼ぶ) の仮設定値である。 $M_{\min}$ ,  $M_{\max}$  および  $n_x$  は、あらかじめ利用者が設定する変数である。関数  $\text{int}$  は切り捨てを意味する。

#### 3.3 小区間内基準座標個数の決定

次式を用いて、2 つの小区間内基準座標個数  $n_{px1}$  と  $n_{px2}$  を求める。

$$n_{px1} = \text{int}(N_x / M_x) + 1, \quad n_{px2} = n_{px1} - 1 \\ n_{sx1} = \text{mod}(N_x, M_x), \quad n_{sx2} = M_x - n_{sx1}$$

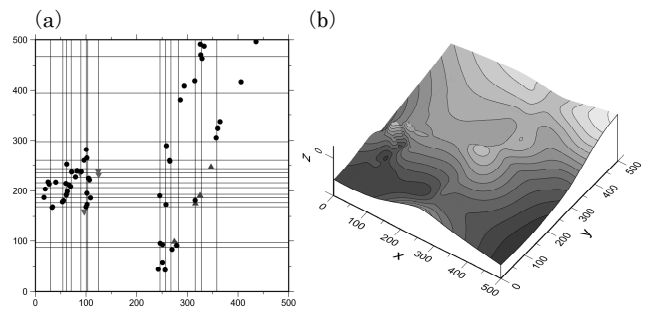
ここで、 $n_{sx1}$  は、 $n_{px1}$  個の基準座標を含む小区間の個数である。 $n_{sx2}$  は、 $n_{px2}$  個の基準座標を含む小区間の個数である。関数  $\text{mod}(N_x, M_x)$  は、 $N_x$  を  $M_x$  で割った余りを意味する。

#### 3.4 節点座標の決定

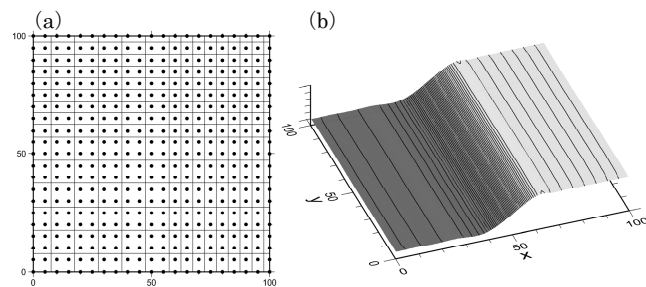
基準座標を小さいものから順に  $n_{px1}$  個ずつ、 $n_{sx1}$  個の小区間に配置し、続いて  $n_{px2}$  個ずつ、 $n_{sx2}$  個の小区間に配置した状態を考える。各小区間の境界が節点座標である。本研究では、座標値が小さい側にある小区間内の最大基準座標と、座標値が大きい側にある小区間内の最小基準座標の中心を節点座標とする。第2図に、 $M_{\min} = 15$ ,  $M_{\max} = 200$ ,  $n_x = 4$  のときの、基準座標の個数と節点座標との関係を示す。

### 4. 結果

節点座標の決定アルゴリズムに基づきプログラムを作成し、一様に分布する等式標高データ、偏在する等式-不等式標高データ、等式標高データと傾斜データの混合データ、階段状地形モデルから作成した等間隔に並ぶ等式標高デー



第3図 偏在する等式-不等式標高データを用いた推定例。(a)測定データおよび節点の位置 (格子線の位置が節点の位置, データ数は 64), (b)最適面。



第4図 等間隔に並ぶ等式標高データを用いた推定例。(a)測定データおよび節点の位置 (格子線の位置が節点の位置, データ数は 441), (b)最適面。

タ (以下、等間隔格子データ) などを用いて推定計算を行った。その結果、どの計算においても、測定データを満たす滑らかな面を得られた。その例を第3図と第4図に示す。ここで、節点座標の決定パラメータは  $M_{\min} = 15$ ,  $M_{\max} = 200$ ,  $n_x = 4$  とした。また、等間隔節点を用いた場合と不等間隔節点を用いた場合の推定誤差を、推定領域の分割数を等しくした状態で比較した。その結果、等間隔格子データを用いた推定例を除き、不等間隔節点を用いた場合の方が小さい推定誤差を得られた。

本手法では、不等間隔に配置した節点を利用する。このため、測定データが一様に分布しない場合でも、必要以上に節点数を大きくする必要がなく、効率的な地層境界面推定を行える。この特徴は、従来の手法では困難であった、局所的に形状が複雑になる面の推定に有効であり、従来よりも高精度の地層境界面推定の実現につながると考える。

### 5. おわりに

不等間隔節点を利用する地層境界面推定では、推定領域の分割数を変えない場合でも、節点の配置方法により異なる推定誤差を得る。本研究では、測定データの個数と配置を基準として、節点の配置を決定した。しかし、この手法では、等間隔格子データを用いた推定例のように、必ずしも最適な結果を得られるとは限らない。節点の配置方法については、今後更なる検討が必要である。なお、本研究は JSPS 科研費 25330134 の助成を受けたものである。

### 文 献

- de Boor, C. (1972) On calculating with B-splines. *J. Approximation Theory*, vol.6, pp.50-60.  
 Cox, M. G. (1972) The numerical evaluation of B-splines. *J. Inst. Math. Appl.*, vol.10, pp.134-149.  
 野々垣進・升本眞二・塩野清治 (2008) 3次 B-スプラインを用いた地質境界面の推定. *情報地質*, vol.19, no.2, pp.61-77.