

全順序集合上の区間グラフによる生層序単元中の化石タクサの表示 —絶滅と出現が同時期にある場合—

山口 久美子*・塩野 清治**

Expression of Fossil Taxa in Biostratigraphic Units by Graph of Intervals on a Totally Ordered Set -Case of Last and First Appearance Biohorizon being Same -

Kumiko YAMAGUCHI* and Kiyoji SHIONO**

* 5-3-5 Midorigaoka, Heguri Ikoma-gun Nara 636-0941, Japan. E-mail: qys05253@nifty.ne.jp

**大阪市立大学名誉教授 Professor Emeritus of Osaka City University, 5-10, Daido-cho Ibaraki-shi, Osaka 567-0844, Japan.

キーワード：生層序区分，生存期間，地質学的な時間，区間，論理地質学

Key words: Biostratigraphic Classification, Range, Geologic Time, Interval, Geology-Oriented Logical System

1. はじめに

タクソン(taxon)は生物の分類単位で，タクサ(taxe)はその複数形である．タクソンは階層的であり，生物は，上位から界，門，綱，目，科，属，種というタクソンに分類される．生層序区分の基本は，時間軸上のタクソンの生存期間が層序断面から読み取れることにある．或る種の絶滅時期と別の種の出現時期が同じであることは，しばしば起こる．

区間グラフは，塩野・山口(1996)が提案した2次元の平面座標図で，区間を点で表示するものである．山口・塩野(2013)は，区間グラフを用いて，ある2つの仮定を満たす種を選択したとき，時間軸上の時刻(時期)に生存する種の集合(以下，生存種という)の順序を示した．

しかしながら，種の絶滅と出現が同時期にある場合，その時期を境界とする2つの生層序単元に対応する化石種の順序は，山口・塩野(2013)による順序に合わない．これは，山口・塩野(2013)では，種の生存期間を出現時期も絶滅時期も含めた期間として，同時期に絶滅と出現がみられる場合，その時期には絶滅種も出現種もどちらもが生存するとして，その時期だけの生存種も認めたからである．

そこで，本研究では，種の生存期間を見直し，出現時期は含むが，絶滅時期を含まない期間と仮定して，絶滅と出現が同時期にみられる場合の層序断面に現れる化石種と時間軸上の生存種を求めた．全順序集合の区間グラフを用いて，化石種と生存種の順序を表示してみた．

2. 全順序集合上の区間グラフ

2.1 全順序集合上の区間

直観的に，全順序集合 (A, \leq) とは集合 A のすべての要素が順序 \leq で順番に並べられる集合である．全順序集合 (A, \leq) 上の区間 $[a, b]$ を， $a \leq b$ である $a, b \in A$ に対して，

$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b, x \in A\} \quad (1)$$

と定義する．

(A, \leq) 上の $[a, b]$ を， $A \times A$ の座標図上の点 (a, b) で表示する．この座標図を区間グラフとよぶ．

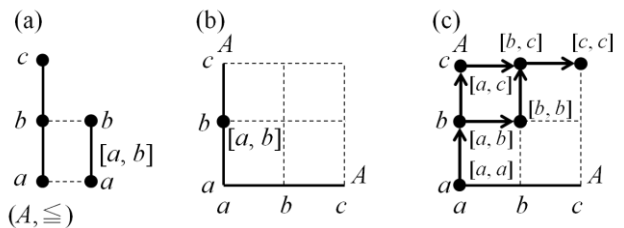
第1図(a)は $A = \{a, b, c\}$ ， $a \leq b \leq c$ である場合の (A, \leq) 上の $[a, b]$ である． $[a, b] = \{a, b\}$ である．第1図(b)は， $[a, b]$ を表示した区間グラフである．

2.2 全順序集合 (A, \leq) 上の区間の集合 A^* 上の順序 \leq^*

(A, \leq) 上の区間全体の集合を A^* と書くことにする． A^* 上の順序 \leq^* を次のように定義する．

$$[a, b] \leq^* [c, d] \Leftrightarrow a \leq c \text{ かつ } b \leq d. \quad (2)$$

第1図(c)は， (A^*, \leq^*) を表示した区間グラフである．



第1図 (a) $A = \{a, b, c\}$ ， $a \leq b \leq c$ である場合の全順序集合 (A, \leq) 上の区間 $[a, b]$ ．(b) $[a, b]$ を表示した区間グラフ．(c) (A^*, \leq^*) の区間グラフ．

3. 生存種と化石種

3.1 タクソンの生存期間

数直線で表される時間軸があるとする．時間軸は，或る時刻を0(原点)として，過去から未来に向かうとする．時刻を100万年，1万年，年などの時間の単位の実数とする．時刻 p の整数部分を p^* と書くことにする．時刻 p は

$$p = p^* + \Delta \quad (0 \leq \Delta < 1) \quad (3)$$

である．時刻の整数部分を時期とする．時期が層序断面から読み取れるとする．

タクソン Σ は，時間軸上のある時刻 t_1 に出現し，ある時

刻 t_2 に絶滅すると仮定する。本研究では、時間軸上の Σ の生存期間 T を t_1 以上 t_2 未満の実数の区間とする。つまり、絶滅時刻を含めず、

$$T=[t_1, t_2)=\{t \mid t_1 \leq t < t_2, t \text{ は実数}\} \quad (4)$$

とする。 $T=[t_1, t_2)$ に対して、 T^* を

$$T^*=[t_1^*, t_2^*)=\{t \mid t_1^* \leq t < t_2^*, t \text{ は実数}\} \quad (5)$$

とする。 T^* が層序断面に記録される生存期間であるとする。 t_1^* が Σ の出現時期、 t_2^* が絶滅時期である。

なお、 $[t_1^*, t_2^*)$ のような区間を一般に半开区間という。

3.2 化石種と生存種

Σ を上位のタクソンとし、 Σ の種の集合を S_0 とする。種 α の生存期間 $\tau^*(\alpha)$ が層序断面に記録される。

$$\tau^*(\alpha)=[t_1^*, t_2^*), \tau^*(\beta)=[t_3^*, t_4^*) \text{ のとき, } S_0 \text{ 上の順序 } \kappa \text{ を} \\ \alpha \kappa \beta \Leftrightarrow (t_1^* < t_3^*, \text{ かつ, } t_2^* < t_4^*), \text{ または, } \alpha=\beta \quad (6)$$

と定義して、次の2つの仮定を満たす S を S_0 から選択する。

仮定 1 (S, κ) は有限な全順序集合である。

仮定 2 $T = \cup_{\alpha \in S} \tau^*(\alpha)$

S の種で生層序区分する。層序断面の $t \in T^*$ の化石種 $\sigma^*(t)$ は、

$$\sigma^*(t)=\{\alpha \mid t \in \tau^*(\alpha), \alpha \in S\} \quad (7)$$

である。時間軸上の時刻 $t \in T$ の生存種 $\sigma(t)$ は、

$$\sigma(t)=\{\alpha \mid t \in \tau(\alpha), \alpha \in S\} \quad (8)$$

である。

4. 同時期に出現種と絶滅種がある場合の生層序

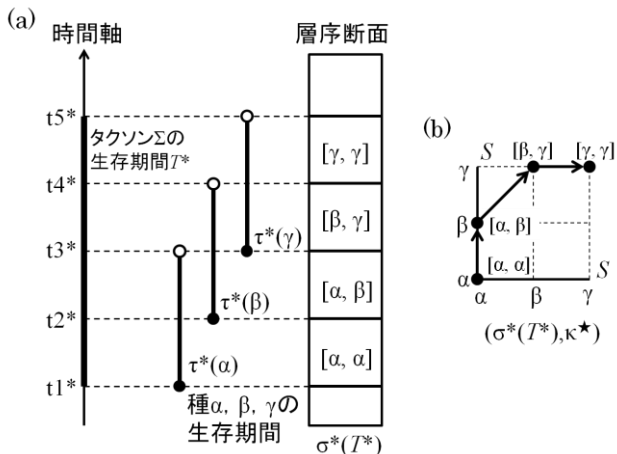
4.1 化石種の順序

第2図(a)のような $S=\{\alpha, \beta, \gamma\}$ 、 $\alpha \kappa \beta \kappa \gamma$ を選択したとする。層序断面に記録された生存期間は、 $\tau^*(\alpha)=[t_1^*, t_3^*)$ 、 $\tau^*(\beta)=[t_2^*, t_4^*)$ 、 $\tau^*(\gamma)=[t_3^*, t_5^*)$ である。 α の絶滅と γ の出現が同時期 t_3^* である。化石種 $\sigma^*(t)$ は(1)の例で全順序集合 (S, κ) の区間である。化石種の集合 $(\sigma^*(T^*), \kappa^*)$ は全順序集合であり、

$$[\alpha, \alpha] \kappa^* [\alpha, \beta] \kappa^* [\beta, \gamma] \kappa^* [\gamma, \gamma] \quad (9)$$

である。ここで、 κ^* は、(2)で定義される \leq^* の例で、(6)で定義される κ に対する順序である。生存期間は絶滅時期を含まない半开区間であるとする。ここで、生層序単元に対応する化石種の順序が表現された。

第2図(b)は化石種の順序を表示した $(\sigma^*(T^*), \kappa^*)$ の区間グラフである。1目盛の上向き矢印と1目盛の右向きの矢印は、山口・塩野(2013)による生存種を表示する区間グラフにあるが、右上向きの矢印は無く、山口・塩野(2015)によれば、化石の欠落を表す。しかし、この例では化石の欠落はない。



第2図(a) 種の集合 $S=\{\alpha, \beta, \gamma\}$ を選択して、 α の絶滅と γ の出現が同時期である場合の生層序区分。 $\sigma^*(T^*)$ は化石種の集合である。
(b) 化石種の順序を表す $(\sigma^*(T^*), \kappa^*)$ の区間グラフ。 $[\alpha, \alpha] \kappa^* [\alpha, \beta] \kappa^* [\beta, \gamma] \kappa^* [\gamma, \gamma]$ を表示する。

4.2 生存種の順序

第2図の $S=\{\alpha, \beta, \gamma\}$ について、時間軸上の生存期間は、 $\tau(\alpha)=[t_1^*+\Delta, t_3^*+\Delta)$ 、 $\tau(\beta)=[t_2^*+\Delta, t_4^*+\Delta)$ 、 $\tau(\gamma)=[t_3^*+\Delta, t_5^*+\Delta)$ である。山口・塩野(2016)では、生存期間を出現時期も絶滅時期も含めた期間としたので、同じ時期に生存種と絶滅種がある場合、その時期の生存種の順序は2通りあった。本研究では、生存期間は絶滅時期を含まないので、生存種の集合 $(\sigma(T), \kappa^*)$ の順序は、次の3通りである。

(i) $\Delta\alpha < \Delta\gamma$ のとき、 $[\alpha, \alpha] \kappa^* [\alpha, \beta] \kappa^* [\beta, \gamma] \kappa^* [\gamma, \gamma]$ 。

(ii) $\Delta\alpha = \Delta\gamma$ のとき、 $[\alpha, \alpha] \kappa^* [\alpha, \beta] \kappa^* [\beta, \gamma] \kappa^* [\gamma, \gamma]$ 。

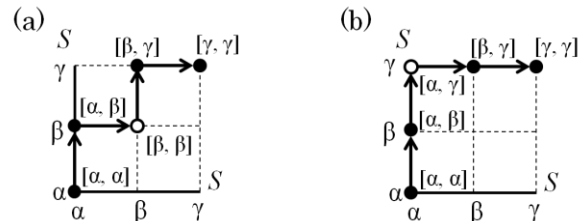
(iii) $\Delta\alpha > \Delta\gamma$ のとき、 $[\alpha, \alpha] \kappa^* [\alpha, \beta] \kappa^* [\alpha, \gamma] \kappa^* [\beta, \gamma] \kappa^* [\gamma, \gamma]$ 。

(i) と (iii) は山口・塩野(2013)による生存種の順序と同じである。 $[\alpha, \beta]$ と $[\beta, \gamma]$ の間にある $[\beta, \beta]$ 、 $[\alpha, \gamma]$ は(9)の化石種にない生存種である。 $[\beta, \beta]$ 、 $[\alpha, \gamma]$ の時間軸上の期間は、それぞれ、 $[t_3^*+\Delta, t_3^*+\Delta)$ 、 $[t_3^*+\Delta, t_3^*+\Delta)$ で、出現と絶滅がある時期 t_3^* 内の期間である。これらの期間は層序断面ではどちらも $[t_3^*, t_3^*) = \emptyset$ である。

(ii) は化石種と一致する。しかし、このとき、 $\tau(\alpha)=[t_1, t_3)$ 、 $\tau(\gamma)=[t_3, t_5)$ である。 $[t_1, t_5)$ を t_3 で区切ったとき、 $[t_1, t_3)$ と $[t_3, t_5)$ が自然に現れること、および、時間軸上の時刻は実数で無数にあり、絶滅と出現が同時刻であることはとても稀であることから、(ii) の場合はないと推定する。

4.3 生存種と化石種を表示する区間グラフ

第3図は、生存種の集合 $(\sigma(T), \kappa^*)$ の区間グラフである。第3図(a)、(b)は、それぞれ、(i)、(iii) の場合である。化石種にない生存種を黒丸で、化石種にない生存種を白丸で表示した。(9)より、 $(\sigma(T), \kappa^*)$ は化石種の順序集合 $(\sigma^*(T^*), \kappa^*)$ を含むので、生存種を表示する区間グラフは、化石種も表示する。



第3図 生存種の順序を表示する $(\sigma(T), \kappa^*)$ の区間グラフ。黒丸は化石種でもあること、白丸は化石種にない生存種を表す。(a) α の絶滅時刻の方が前の場合。(b) γ の出現時刻の方が前の場合。

5. おわりに

タクソンの生存期間は絶滅時期を含まない半开区間であるとして、同時期に絶滅種と出現種がある場合の生層序単元の化石種と時間軸上の生存種を表現した。区間グラフを用いて、この場合の生存種と化石種を表示した。

文献

塩野清治・山口久美子(1996)全順序集合の区間とその前後関係のグラフ表示。GEOINFORUM—'96 講演予稿集。日本情報地質学会、pp.41-42。
山口久美子・塩野清治(2013)全順序集合上の区間のグラフ表示を応用した生層序における化石のタクサの組み合わせの順序の表現。情報地質、vol.24, no.2, pp.086-087。
山口久美子・塩野清治(2015)生層序ユニット中の化石タクサの組み合わせの欠落を推定するための全順序集合上の区間のグラフ。情報地質、vol.26, no.2, pp.054-055。
山口・塩野(2016)化石タクサの組み合わせを推定するための全順序集合上の区間のグラフ。情報地質、vol.27, no.2, pp.052-055。