

# 区間を表示する座標：タクソンにもとづいた生層序単元のための数学ツール

山口 久美子\*・塩野 清治\*\*

## Coordinates for Expressing Intervals : Mathematical Tool for Biostratigraphic Unites Based on a Taxon

Kumiko YAMAGUCHI\* and Kiyoji SHIONO\*\*

\* 5-3-5 Midorigaoka, Heguri Ikoma-gun Nara 636-0941, Japan. E-mail: qys05253@nifty.ne.jp

\*\*大阪市立大学名誉教授 Professor Emeritus of Osaka City University, 5-10, Daido-cho Ibaraki-shi, Osaka 567-0844, Japan.

キーワード：生層序区分，生存期間，種の順序，群集帯，論理地質学

Key words : Biostratigraphic Classification, Range, Order of Species, Assemblage Zone, Geology-Oriented Logical System

### 1. はじめに

地質情報の有効なアルゴリズムを考案するためには，地質学概念を数学表現することが必要である．塩野・山口(1997)は古生物の生存期間にもとづいた年代区分を表現して，全順序集合の区間を2次元の座標で表示することを手短に述べた．本研究では，塩野・山口(1997)を振り返り，座標を用いてタクソンにもとづいて年代区分する．

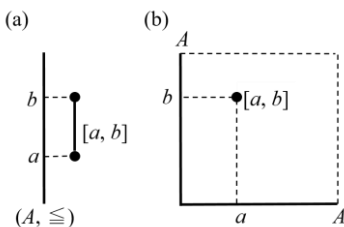
### 2. 全順序集合上の区間を表示する座標

#### 2.1 全順序集合上の区間

直観的に，全順序集合 $(A, \leq)$ とは，集合 $A$ のすべての要素が順序 $\leq$ で並べられる集合である．全順序集合 $(A, \leq)$ 上の区間 $[a, b]$ を， $a \leq b$ である $a, b \in A$ に対して，

$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b, x \in A\} \quad (1)$$

と定義する． $(A, \leq)$ 上の $[a, b]$ を， $A \times A$ の座標図上の点 $(a, b)$ で表す(第1図参照)．



第1図 (a)全順序集合 $(A, \leq)$ 上の区間 $[a, b]$ . (b)  $[a, b]$ を表す点 $(a, b)$ .

#### 2.2 区間の順序

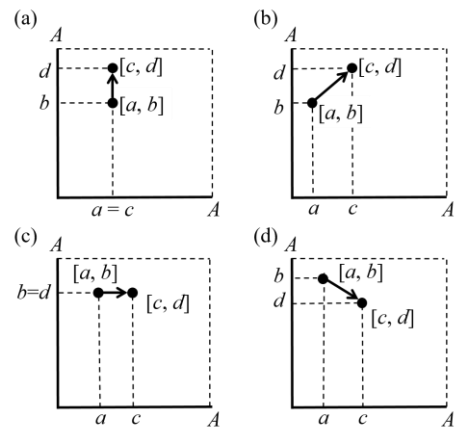
全順序集合 $(A, \leq)$ 上のすべての区間の集合を $A^*$ と書くことにする． $A^*$ 上の全順序 $\rho^*$ を次のように定義する．

$[a, b] \rho^* [c, d] \Leftrightarrow a < c$ , または,  $(a = c, \text{かつ}, b \leq d)$  (2)  
塩野・山口(1997)は， $A^*$ 上の順序 $\leq^*$ を次のように定義した．

$$[a, b] \leq^* [c, d] \Leftrightarrow a \leq c, \text{かつ}, b \leq d. \quad (3)$$

第2図は $[a, b] \rho^* [c, d]$ を点 $(a, b)$ から点 $(c, d)$ の矢印で示し

た4通りの座標図である．第2図(a), (b), (c)は $[a, b] \rho^* [c, d]$ も表す．第2図(d)は $\leq^*$ で比較できない関係を表す．



第2図  $[a, b] \rho^* [c, d]$ を表す4通りの矢印. (a)上向き矢印. (b)右上向き矢印. (c)右向き矢印. (d)右下向き矢印.

### 3. 種の生存期間を表す座標

#### 3.1 タクソンの生存期間

時間軸上の或る時期を0(原点)とし，未来へ向かう方向を正とする．時期を100万年，あるいは，1万年などの単位で測定して，その数値の小数点以下を切り捨てた整数で表記する．時期 $p$ から時期 $q$ までの期間を

$$[p, q] = \{t \mid p \leq t \leq q, t \text{は整数}\} \quad (4)$$

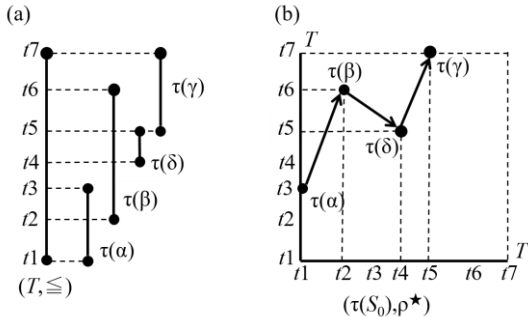
で表す．

生物は上位から界，門，綱，目，科，属，種というタクソン(taxon, 複数形はタクサ taxa)に階層的に分類される．タクソンの生存期間は(4)のような期間であると仮定する．

#### 3.2 種の生存期間

上位のタクソン $\Sigma$ の種の集合を $S_0$ とする．上位のタクソン $\Sigma$ の生存期間を $T$ とすると，種の生存期間は(1)の例で全

順序集合 $(T, \leq)$ 上の区間である。種 $\alpha$ の生存期間を $\tau(\alpha)$ とする。種の生存期間の集合 $\tau(S_0) = \{\tau(\alpha) \mid \alpha \in S_0\}$ 上の全順序 $\rho^*$ を(2)で定義する。第3図の例のように、種の生存期間が全順序 $\rho^*$ で並べられる。 $T \times T$ の座標図に $\tau(\alpha)$ を点 $(\min \tau(\alpha), \max \tau(\alpha))$ で表して、全順序集合 $(\tau(S_0), \rho^*)$ のグラフを書く。



第3図(a) $S_0 = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ の種の生存期間。(b) $(\tau(S_0), \rho^*)$ のグラフ。

#### 4. 座標を応用した種を選択

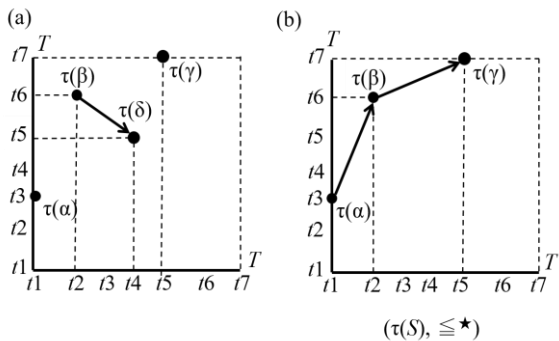
$S_0$ 上の $\kappa$ を $\tau(S_0)$ 上の $\leq^*$ , すなわち, (3)で定義する。次の2つの仮定を満たす種の集合 $S$ を $S_0$ から選択する。

仮定1  $(S, \kappa)$ は全順序集合である。

仮定2  $T = \cup_{\alpha \in S} \tau(\alpha)$

第2図, 第4図より, 次の $S$ は仮定1, 2を満たす。

$S = S_0 - \{\beta \mid T \times T$ の座標図の点 $\tau(\alpha)$ から点 $\tau(\beta)$ への矢印の向きが右下向きである。} (5)



第4図  $S$ の数式表現を説明する図。(a)点 $\tau(\beta)$ から点 $\tau(\delta)$ への矢印が右下向きである。(b) $(\tau(S), \leq^*)$ のグラフ。

### 5. 年代の生存種のグラフ

#### 5.1 年代の生存種

第5図(a)のように, 仮定1, 2を満たす $S$ を選択して $T$ を年代区分する。 $T$ の時期 $p$ に生存する種の集合 $\sigma(p)$ は,

$$\sigma(p) = \{\alpha \mid p \in \tau(\alpha), \alpha \in S\}$$
 (6)

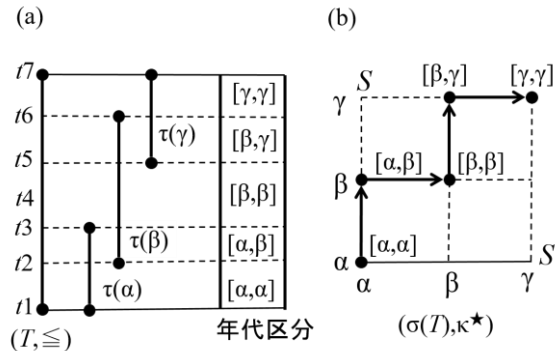
で, (1)の例で $(S, \kappa)$ 上の区間である。(3)で定義した $(\sigma(T), \kappa^*)$ は全順序集合であり, 年代の生存種の順序を表す。第5図(b)のように,  $S \times S$ の座標図に $(\sigma(T), \kappa^*)$ のグラフを書く。

#### 5.2 $(\sigma(T), \kappa^*)$ のグラフの上向き矢印

上向き矢印は新しい種の出現を表す。矢印の長さに対応する目盛りの数は出現種の数である。出現時期 $t$ の場合, 点 $\sigma(t-1)$ から点 $\sigma(t)$ への矢印が上向きである。 $\sigma(t-1) \cup \sigma(t) = \sigma(t)$ であり, 出現時期 $t$ で $\sigma(t-1)$ と $\sigma(t)$ の年代に区分する。

#### 5.3 $(\sigma(T), \kappa^*)$ のグラフの右向き矢印

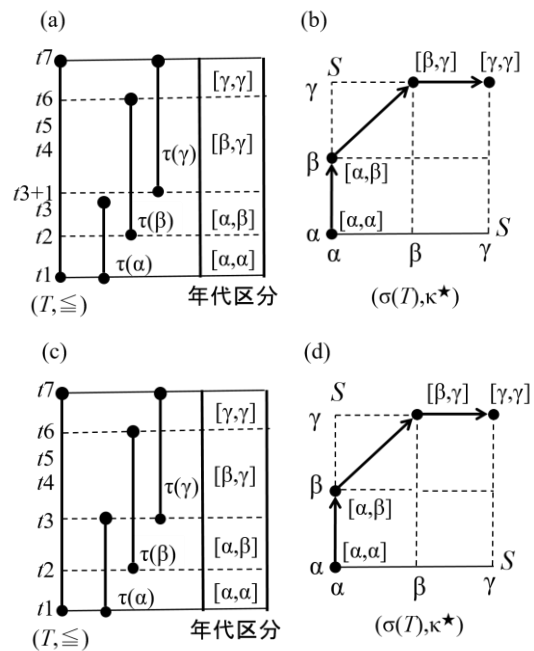
右向き矢印は古い種の絶滅を表す。矢印の目盛りの数は絶滅種の数である。絶滅時期を $t$ とすると, 点 $\sigma(t)$ から点 $\sigma(t+1)$ への矢印が右向きである。 $\sigma(t) = \sigma(t) \cup \sigma(t+1)$ であり, 絶滅時期 $t$ で $\sigma(t)$ と $\sigma(t+1)$ の年代に区分する。



第5図 (a) $S = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ である場合の年代区分の例。(b) $(\sigma(T), \kappa^*)$ のグラフ。

#### 5.4 $(\sigma(T), \kappa^*)$ のグラフの右上向きの矢印

第6図のように, 右上向きの矢印は同時期に種の出現と絶滅がある場合の生存種の順序を表す。矢印の右向き成分, 上向き成分の目盛りの数は, それぞれ, 絶滅種, 出現種の数である。(a)のように絶滅の直後に出現がある場合, その絶滅時期を直後の時期に改めて出現時期で年代区分する。(c)のように同時期 $t$ に出現と絶滅がある場合,  $\sigma(T)$ を改めて $\sigma(T) = \sigma(T) - \{\sigma(t)\}$ として $t$ で年代区分する。



第6図  $(\sigma(T), \kappa^*)$ のグラフに右上向きの矢印がある2つの場合。(a)種 $\alpha$ の絶滅時期 $t_3$ の直後の時期 $t_3+1$ に種 $\gamma$ が出現する場合。(b) $(\sigma(T), \kappa^*)$ のグラフ。(c)種 $\alpha$ の絶滅時期と種 $\gamma$ の出現時期が同時期 $t_3$ の場合。(d) $\sigma(T) = \sigma(T) - \{\sigma(t_3)\}$ と改めた $(\sigma(T), \kappa^*)$ のグラフ。

### 6. おわりに

タクソンにもとづいた年代は層序断面中の生層序単元に相当する, 区間を座標で表示することは, 生層序単元を求めるアルゴリズムの手がかりをあたえるだろう。

### 文献

塩野清治・山口久美子(1997)生層序学的方法を形式表現するための数学的基礎-古生物の生存期間と年代区分-. 情報地質, vol.8, no.4, pp.227-237.  
[https://doi.org/10.6010/geoinformatics11990.8.4\\_227](https://doi.org/10.6010/geoinformatics11990.8.4_227)